

die Einsatzspannung. Möglicherweise hat ein von Picein, Hartgummi u. ä. völlig freies, innen gut oxydiertes Zählrohr eine wirklich unbeschränkte Lebensdauer.

Wasserdampf oder Kohlendioxyd erwiesen sich als Zusatz zu Xenon viel weniger geeignet, auch Luft war schlechter als Sauerstoff. Füllungen mit Sauerstoff, Xenon und Argon scheinen ebenfalls weniger brauchbar zu sein; bemerkenswert ist, daß der Einsatz bei einem Gehalt von 2 bis 4 mm Xe (bei 60 mm Gesamtdruck $O_2 + Ar + Xe$) schon bei 700 bis 800 V erfolgt. Shore⁴ gibt Füllungen von Atmosphärendruck an, die u. a. auch Xe und O_2 enthalten, gut zählen und langlebig sind. Es ist aber vielleicht nicht ausgeschlossen, daß diese ebenfalls gekitteten Rohre durch einen Gehalt an Dampf selbstlöschend wirkten, da sie nicht durch eine vorausgehende längere Dauerentladung gereinigt worden waren. Versuche, die mit der beschriebenen Art von Al-Zählrohren mit einer von Shore in einem oxydierten Stahlzährlrohr mit gutem Erfolg benutzten Füllung (15 mm Xe + 10 mm Luft, aufgefüllt mit Ar auf 700 mm) angestellt wurden, ergaben hier keinen Zähleffekt, ebenso auch nicht einige Varianten mit anderen Partialdrucken. Als ausgesprochene Dauerzährlrohre können bisher wohl nur die Halogen-Edelgas-Zährlrohre gelten, die aber infolge der chemischen Aggressivität der Halogene nicht allgemein anwendbar sind⁵.

Das Plateau steigt bei den Zährlrohren mit Alkoholdampf, Ammoniak o. ä. mehratomigen Molekülen als

Löschgash deshalb an, weil die positiven Ionen des Löschgases bei ihrer Dissoziation an der Kathode z. Tl. zu negativen Ionen abgebaut werden. Infolge ihrer geringen Beweglichkeit können diese auch nach der toten Zeit des Zährlrohres noch anwesend sein und dann Falschzählungen veranlassen. Auch bei den Halogen-Zährlrohren steigt das Plateau infolge negativer Ionen an, die jedoch hier durch Elektronen-anlagerung der Halogen-Atome im Gas entstehen. Die Ionen Cl^- werden aus den Cl_2 -Molekülen nahe am Entladungsgebiet gebildet, also bei der Anode; in dem starken Feld können nur wenige die tote Zeit überdauern, so daß die Zahl der Falschzählungen und damit der Plateauanstieg nicht größer ist als etwa bei den Argon-Alkohol-Rohren². Wegen der ebenfalls beträchtlichen Elektronenaffinität des Sauerstoffs gibt es nun auch im $Xe-O_2$ -Zährlrohr negative Ionen. Sieht man von der geringen Wahrscheinlichkeit ab, daß die Xe-Atome an der Kathode UV-Quanten emittieren, so zeigt der starke Plateauanstieg, daß hier die negativen Ionen auch noch in größerer Entfernung von der Anode gebildet werden. Diesem Nachteil sollte abgeholfen werden können, wenn man als Hauptbestandteil der Füllung ein Gas verwendet, in dem die Beweglichkeit der O^- -Ionen größer ist als im Xenon, etwa Helium oder Neon.

⁴ L. G. Shore, Rev. sci. Instruments **20**, 956 [1949].

⁵ H. Friedman u. S. H. Liebson, Rev. sci. Instruments **19**, 303 [1948].

Einfluß der Deformation eines zylindrischen Hohlraumresonators auf die Wellenzahlen der E_{010} und E_{011} -Schwingung

Von ROLF MÜLLER

Aus dem Institut für theoretische Physik der Technischen Hochschule München

(Z. Naturforsch. **5a**, 332—334 [1950]; eingegangen am 11. Mai 1950)

Es wird die Störung der Wellenzahlen der E_{010} - und E_{011} -Schwingung eines zylindrischen Hohlraumresonators berechnet, die durch die Abweichung von der idealen zylindrischen Gestalt bedingt ist und ihre Auswirkung auf die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit aus Resonanzmessungen diskutiert.

In einer Untersuchung von L. Essen und Gordon-Smith¹ wurde die Lichtgeschwindigkeit c aus dem Verhältnis der Eigenfrequenz ω und der Wellenzahl k eines zylindrischen Hohlraumresonators

bestimmt, der in der E_{010} - und E_{011} -Schwingung erregt war. Es ergaben sich die folgenden Werte:

$$E_{010}: c = \frac{299\,793}{299\,796} \pm 9 \text{ km/sec}$$

$$E_{011}: c = \frac{299\,791}{299\,789} \pm 9 \text{ km/sec}$$

¹ L. Essen u. A. C. Gordon-Smith, Proc. Roy. Soc. [London], Ser. A **194**, 348 [1948], im folgenden mit E.G. zitiert.



Der Unterschied der aus den zwei verschiedenen Eigenschwingungen abgeleiteten Werte für c ist im Vergleich zu dem maximalen Fehler überraschend groß. Im folgenden soll gezeigt werden, daß sich der Unterschied aus der Abweichung des Versuchshohlraums von der idealen Zylindergestalt verstehen läßt.

Betrachtet man einen Hohlraum, dessen Oberfläche wenig gegenüber einem ideal zylindrischen Hohlraum deformiert ist, und bezeichnet den Normalabstand der deformierten Hülle von dem idealen Zylinder mit δh , so ergibt sich für die durch die Deformation bedingte Störung² δk der Eigenwellenzahl k :

$$\frac{\delta k}{k} = \frac{1}{2} \int (\mathfrak{E}^2 - \mathfrak{H}^2) \delta h \, df. \quad (1)$$

Das Integral in Gl. (1) ist über die Oberfläche des idealen Zylinders zu erstrecken, $\mathfrak{E}, \mathfrak{H}$ sind die normierten Feldstärken der Eigenschwingung des ideal zylindrischen Hohlraums. Nach den in E.G. angegebenen Daten für die Abmessungen des Versuchshohlraums war die Deckfläche innerhalb der Meßgenauigkeit eben, lag aber nicht normal zur Zylinderachse. Aus Symmetriegründen folgt für keinen der beiden Schwingungstypen daraus eine Eigenwertänderung gegenüber einem Zylinder von mittlerer Höhe. Als Folge der Unregelmäßigkeit des Zylindermantels erhält man für die E_{010} -Schwingung, deren Felder nur vom Radius abhängen:

$$\frac{\delta k}{k} = \text{const} \int_{\text{Mantel}} \delta h \, df. \quad (2)$$

Ist der mittlere Durchmesser gerade so bestimmt, daß $\int \delta h \, df$ verschwindet, so verursachen in diesem Falle die Wandunregelmäßigkeiten in erster Näherung keine Abweichung der Wellenzahl von der eines idealen Zylinders mittleren Durchmessers.

Anders liegen die Verhältnisse bei der E_{011} -Schwingung. Die normierten Eigenlösungen dieses Schwingungstyps am Zylindermantel sind²:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &\equiv E_r = -\frac{\pi}{a} \frac{1}{kl} \sqrt{\frac{2}{\pi l}} \sin\left(\frac{\pi}{l} z\right), \\ \mathfrak{H} &= H_\varphi = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2}{\pi l}} \cos\left(\frac{\pi}{l} z\right). \end{aligned} \quad (3)$$

In Gl. (3) bedeuten a den mittleren Radius des Versuchshohlraums ($a \approx 3,7$ cm), l die mittlere Höhe

² G. Goubaau, M. Honerjäger, R. Müller u. Ch. Schmelzer, Elektromagn. Hohlräume und Wellenleiter (im Druck). Wiss. Verlagsges. Stuttgart.

des Versuchshohlraums ($l \approx 8,5$ cm), k die Wellenzahl der E_{011} -Schwingung ($k \approx 0,75$ cm), z die Koordinate in Richtung der Zylinderachse.

Berücksichtigt man, daß $\int \delta h \, df$ über den Zylindermantel verschwindet, so ergibt sich aus Gl. (1) und (3) für $\delta k/k$:

$$\frac{\delta k}{k} = -\frac{1}{2 a^2 \pi l} \left(1 + \frac{\pi^2}{l^2 k^2} \left(\int_{\text{Mantel}} \delta h \cos\left(\frac{2\pi}{l} z\right) \, df\right)\right) \quad (4)$$

und daraus

$$\frac{\delta k}{k} = -\frac{1}{a} \left(1 + \frac{\pi^2}{l^2 k^2}\right) \overline{\delta h \cos\left(\frac{2\pi}{l} z\right)}. \quad (5)$$

$\overline{\delta h \cos(2\pi z/l)}$ ist der Mittelwert von $\delta h \cos(2\pi z/l)$ über den Zylindermantel.

Da die Lichtgeschwindigkeit nicht aus $c = \omega/k$, sondern aus $c = \omega/k + \delta k$ zu bestimmen ist, ergibt sich bei der E_{011} -Schwingung eine Korrektur für die Lichtgeschwindigkeit von:

$$\delta c = -c \frac{\delta k}{k}, \quad (6)$$

während sich im Falle der E_{010} -Schwingung keine Änderung ergibt.

Berechnet man den Mittelwert: $\overline{\delta h \cos(2\pi z/l)}$ aus der in E.G. angegebenen Tab. 3, in der die Abweichung von 56 verschiedenen Zylinderdurchmessern vom Mittelwert angegeben sind, so erhält man $\overline{\delta h \cos(2\pi z/l)} \approx 1 \cdot 10^{-5}$ [cm]. Der Fehler läßt sich auf $\pm 2 \cdot 10^{-5}$ [cm] abschätzen. Damit wird nach Gl. (5) und (6)

$$\delta c \approx 1 \pm 2 \text{ km/sec}.$$

Der maximale Fehler wurde für beide Schwingungstypen in E.G. nach sorgfältiger Schätzung zu ± 9 km/sec angegeben. Darin ist für den Einfluß der Abweichung des Hohlraums von der ideal zylindrischen Gestalt ein Fehlerbeitrag von ± 3 km/sec enthalten, der nach unseren Überlegungen für die E_{010} -Schwingung wegfällt. Wir können also für die aus der E_{010} -Schwingung gewonnenen Werte der Lichtgeschwindigkeit den maximalen Fehler zu ± 6 km/sec ansetzen. Für die E_{011} -Schwingung dagegen bleibt der maximale Fehler wegen der Unsicherheit in Gl. (7) und wegen des Fehlerbeitrags aus der Längenmessung, der nur diese Schwingung berührt, ungeändert. Man erhält also an Stelle der oben zitierten, in E.G. angegebenen Werte der Lichtgeschwindigkeit die korrigierten Werte:

$$E_{010}\text{-Schwingung: } c = \frac{299\,793 \pm 6 \text{ km/sec}}{299\,796 \pm 6 \text{ km/sec}}$$

$$E_{011}\text{-Schwingung: } c = \frac{299\,792 \pm 9 \text{ km/sec}}{299\,790 \pm 9 \text{ km/sec}}.$$

Bildet man daraus einen gewogenen Mittelwert, so ergibt sich als wahrscheinlichster Wert für die Licht-

geschwindigkeit:

$$c = 299\,793 \text{ km/sec}$$

mit einem maximalen Fehler von $\pm 6 \text{ km/sec}$ gegenüber dem von L. Essen und G. Smith gefundenen Wert von: $c = 299\,792 \pm 9 \text{ km/sec}$.

Über die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in einem atmosphärischen Wellenleiter

Von TH. KAHAN und G. ECKART*

(Z. Naturforsch. 5a, 334—342 [1950]; eingegangen am 23. März 1950)

An Hand eines einfachen Modells wird die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in einem atmosphärischen Wellenleiter („Duct“ der englischen und amerikanischen Literatur) untersucht und besonders das Auftreten von Hohlleiterwellen studiert. Wir sind zu folgenden Resultaten gekommen:

- a) Oberhalb des Wellenleiters unter einigermaßen steilen Erhebungswinkeln hat man eine Ausbreitung nach dem Gesetz $1/R$, das mit $(z-h)$ gegen Null geht.
- b) In der Zone unmittelbar über der Trennebene nimmt das Feld exponentiell mit der Höhe ab.
- c) Diese beiden Erscheinungen beschreiben den Effekt der toten Zone.
- d) Im Wellenleiter haben wir asymptotisch:
 - a) Wenn er niedriger ist, als einer bestimmten Höhe entspricht (oder wenn die Frequenz niedriger ist als eine bestimmte Grenzfrequenz), ein Gesetz $1/r^3$ für die Feldstärken.
 - β) Wenn der Wellenleiter oder die Frequenz höher ist, Hohlleiterwellen der Ordnung $1/r$.
- e) In dem Zwischengebiet bis zum Auftreten der Totalreflexion hat man für das Feld ein Gesetz der Ordnung $1/r$, das man durch sukzessive Reflexionen beschreiben kann.
- f) Damit ist zugleich die Theorie einer unendlich ausgedehnten dielektrischen Flächenantenne gegeben.

Wir setzen eine unendlich leitende Ebene Erde voraus. Darüber befindet sich ein Luftraum der Dielektrizitätskonstanten ϵ_1 . In der Höhe h vermindere sich diese Dielektrizitätskonstante unstetig auf ϵ_2 . In der Höhe ζ über dem Erdboden befindet sich ein magnetischer Vertikaldipol, von dem ein Feld ausgestrahlt wird, das sich aus den Komponenten E_φ , H_r , H_z zusammensetzt, wenn r, φ, z Zylinderkoordinaten bedeuten^{1, 2, 5} (Abb. 1 u. 2). Dieser Sendertyp wurde vor allem aus folgendem Grund gewählt: Über unendlich leitendem Erdreich bildet sich ein

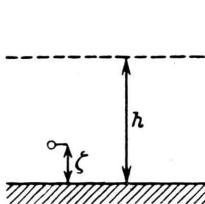


Abb. 1.

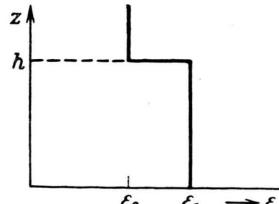


Abb. 2.

Abb. 1. Die räumliche Anordnung des Problems.

Abb. 2. Die Verteilung von ϵ .

Vertikaldiagramm des Senders aus, das dem über endlich leitendem Boden der Größenordnung $1/R$ gleicht; in der Ordnung $1/R$ zieht dieses nämlich auf Null ein. Ein vertikaler elektrischer Dipol würde am Boden stets das Feld der Abrahamschen Lösung ergeben, wenn man die Leitfähigkeit unendlich hoch annimmt. Bei jeder endlichen Leitfähigkeit aber müßte sein Feld in der Ordnung $1/R$ am Boden auf Null einziehen. Wir werden also unter Voraussetzung unendlicher Leitfähigkeit den wirklichen Verhältnissen mit einem magnetischen Dipol (horizontaler ϵ -Polarisation) viel eher gerecht als mit einem elektrischen Vertikaldipol.

I. Mathematischer Teil

1. Aufstellung der Differentialgleichung und der Grenzbedingungen

Unter Verwendung praktischer (MKS)-Einheiten, der Zeitfunktion $e^{-i\omega t}$ und eines Zylinderkoordinatensystems r, φ, z definieren wir einen Fitzgerald-

* Neuilly-sur-Seine, 4 Villa du Roule.